


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Московской области «Раменский колледж»

Региональный центр компетенций в области «Промышленные и инженерные технологии
(специализация «Машиностроение, управление сложными техническими системами,
обработка материалов»)

СОГЛАСОВАНО

Руководитель регионального центра
компетенций «Промышленные и
инженерные технологии»


В.Д. Гудков
«07» 04 2025 г.

УТВЕРЖДАЮ
И.о. директора ГБПОУ МО
«Раменский колледж»


А.Б. Щербаков
«10» 04 2025 г.

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА УРОКА

По дисциплине: Математика

По профессии: 15.01.05 Сварщик (ручной и частично механизированной сварки
(наплавки))

Тема: «Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических
задачах»

Разработчики:

ГБПОУ МО
«Раменский колледж»

Преподаватель
должность


подпись

Чернышева И.И.
расшифровка

ГБПОУ МО
«Раменский колледж»

Методист
должность


подпись

Федосеев Г.И.
расшифровка

г. Раменское

2025

должность

подпись

расшифровка

г. Раменское

2025

Образовательные результаты ОД «Математика» в соответствии с ФГОС СПО и на основе ФГОС СОО

Код и наименование формируемых компетенций	Планируемые результаты освоения дисциплины	
	Общие ¹	Дисциплинарные (предметные) ²
ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам	<ul style="list-style-type: none"> - сформировать гражданскую позицию обучающегося как активного и ответственного члена российского общества; - готовность к гуманитарной и волонтерской деятельности; - осознать личный вклад в построении устойчивого будущего; - сформировать мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, основанного на диалоге культур, способствующего осознанию своего места в поликультурном мире; - самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать ее всесторонне; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - развивать креативное мышление при решении жизненных проблем; - способность и готовность к самостоятельному 	<ul style="list-style-type: none"> - владеть методами доказательств, алгоритмами решения задач; умение формулировать определения, аксиомы и теоремы, применять их, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; - уметь оперировать понятиями: степень числа, логарифм числа; умение выполнять вычисление значений и преобразования выражений со степенями и логарифмами, преобразования дробно-рациональных выражений; - уметь выбирать подходящий изученный метод для решения задачи, распознавать математические факты и математические модели в природных и общественных явлениях, в искусстве; умение приводить примеры математических открытий российской и мировой математической науки. - уметь оперировать понятиями: множество, подмножество, операции над множествами; уметь использовать теоретико-множественный аппарат для описания реальных процессов и явлений и при решении задач, в том из других учебных предметов;

¹ Указываются формируемые личностные и метапредметные результаты из ФГОС СОО (в последней редакции от 12.08.2022) в отглагольной форме

² Дисциплинарные (предметные) результаты указываются в соответствии с их полным перечнем во ФГОС СОО от 17.05.2012г. № 413 (в последней редакции от 12.08.2022)

	<p>поиску методов решения практических задач, применению различных методов познания;</p> <ul style="list-style-type: none"> - ставить и формулировать собственные задачи в образовательной деятельности и жизненных ситуациях; - уметь интегрировать знания из разных предметных областей; - выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения; - иметь внутреннюю мотивацию, включающую стремление к достижению цели и успеху, оптимизм, инициативность, умение действовать, исходя из своих возможностей. 	<ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: натуральное число, целое число, остаток по модулю, рациональное число, иррациональное число, множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел; уметь использовать признаки делимости, наименьший общий делитель и наименьшее общее кратное, алгоритм Евклида при решении задач; знакомство с различными позиционными системами счисления; - уметь оперировать понятиями: комплексное число, сопряженные комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа, форма записи комплексных чисел (геометрическая, тригонометрическая и алгебраическая); уметь производить арифметические действия с комплексными числами; приводить примеры использования комплексных чисел; - уметь моделировать реальные ситуации на языке математики; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат; строить математические модели с помощью геометрических понятий и величин, решать связанные с ними практические задачи; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат; решать прикладные задачи средствами математического анализа, в том числе социально-экономического и физического характера
--	---	--

<p>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p>	<ul style="list-style-type: none"> - уметь взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением; - способность оценивать ситуацию и принимать осознанные решения, ориентируясь на морально-нравственные нормы и ценности; - готовность к труду, осознание ценности мастерства, трудолюбие; - готовность к активной деятельности технологической и социальной направленности, способность инициировать, планировать и самостоятельно выполнять такую деятельность; - получать новые знания, его интерпретации, преобразованию и применению в различных учебных ситуациях, в том числе при создании учебных и социальных проектов; - выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу ее решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений, задавать параметры и критерии решения; - владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления; - использовать средства информационных и коммуникационных технологий в решении когнитивных, 	<ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: рациональная функция, показательная функция, степенная функция, логарифмическая функция, тригонометрические функции, обратные функции; умение строить графики изученных функций, использовать графики при изучении процессов и зависимостей, при решении задач из других учебных предметов и задач из реальной жизни; выражать формулами зависимости между величинами; - уметь оперировать понятиями: тождество, тождественное преобразование, уравнение, неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем, рациональные, иррациональные, показательные, степенные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и системы; уметь решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приемов; решать уравнения, неравенства и системы с параметром; применять уравнения, неравенства, их системы для решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни; - уметь свободно оперировать понятиями: движение, параллельный перенос, симметрия на плоскости и в пространстве, поворот, преобразование подобия, подобные фигуры; уметь распознавать равные и подобные фигуры, в том числе в природе, искусстве, архитектуре; уметь использовать геометрические
---	--	--

	<p>коммуникативных и организационных задач с соблюдением требований эргономики, техники безопасности, гигиены, ресурсосбережения, правовых и этических норм, норм информационной безопасности;</p> <ul style="list-style-type: none"> - владеть навыками распознавания и защиты информации, информационной безопасности Личности. 	<p>отношения, находить геометрические величины (длина, угол, площадь, объем) при решении задач из других учебных предметов и из реальной жизни.</p>
<p>ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p>	<ul style="list-style-type: none"> - организовывать работу коллектива и команды; - взаимодействовать с коллегами, руководством, клиентами в ходе профессиональной деятельности 	<ul style="list-style-type: none"> - психологические основы деятельности коллектива, психологические особенности личности; - основы проектной деятельности
<p>ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p>	<ul style="list-style-type: none"> - принять традиционные национальные, общечеловеческие гуманистические и демократические ценности; - совершенствовать языковую и читательскую культуру как средства взаимодействия между людьми и познания мира; - осознать ценности научной деятельности, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе; - вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности; - владеть навыками учебно-исследовательской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем; 	<ul style="list-style-type: none"> - уметь оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение числового набора; умение извлекать, интерпретировать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, отражающую свойства реальных процессов и явлений; представлять информацию с помощью таблиц и диаграмм; исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; - уметь оперировать понятиями: точка, прямая, плоскость, пространство, двугранный угол, скрещивающиеся прямые, параллельность и перпендикулярность прямых и плоскостей, угол

	<p>- создавать тексты в различных форматах с учетом назначения информации и целевой аудитории, выбирая оптимальную форму представления и визуализации;</p> <p>- владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов и оснований.</p>	<p>между прямыми, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, расстояние между прямыми, расстояние между плоскостями;</p> <p>- уметь использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии; умение оценивать размеры объектов окружающего мира;</p> <p>- уметь свободно оперировать понятиями: среднее арифметическое, медиана, наибольшее и наименьшее значения, размах, дисперсия, стандартное отклонение для описания числовых данных; уметь исследовать статистические данные, в том числе с применением графических методов и электронных средств; графически исследовать совместные наблюдения с помощью диаграмм рассеивания и линейной регрессии.</p>
<p>ПК 3.2. Выбирать оборудование, инструмент и оснастку для осуществления сборки изделий</p>	<p>Уметь выбирать сборочное оборудование, инструменты и оснастку, специальные приспособления, применяемые в механосборочном производстве; выбирать подъёмно-транспортное оборудование для осуществления сборки изделий</p>	<p>Знать расчет количества оборудования, рабочих мест и численности персонала участков механосборочных цехов</p>

ОПОРНЫЙ КОНСПЕКТ

1.	Тема занятия	Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах
2.	Содержание темы	Понятия: производная, экстремум, возрастание/убывание функции, критическая точка. Практическое применение производной для оптимизации: выбор оптимальных размеров деталей, режимов резания, минимизация отходов, снижение себестоимости. Связь с курсами «Технология машиностроения», «Экономика».
3.	Тип занятия	Комбинированный урок
4.	Планируемые образовательные результаты	<p>ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ПК 3.2</p> <ul style="list-style-type: none"> • демонстрировать на примерах взаимосвязь между математикой и другими естественными науками; • использовать информацию математического содержания при решении учебных, практических, проектных и исследовательских задач, интегрируя информацию из различных источников и критически ее оценивая; • различать и уметь использовать в учебно-исследовательской деятельности методы научного познания (наблюдение, описание, измерение, эксперимент, выдвижение гипотезы, моделирование и т. д.) и формы научного познания (факты, законы, теории), демонстрируя на примерах их роль и место в научном познании; • проводить прямые и косвенные измерения величин, планировать ход измерений; получать значение измеряемой величины и оценивать относительную погрешность по заданным формулам; • уметь оперировать понятиями: производная, предел, непрерывность функции; умение находить производные элементарных функций, применять правила дифференцирования; • уметь вычислять геометрические и физические величины (скорость, ускорение, угловой коэффициент касательной) с помощью производной; • уметь свободно оперировать понятиями: максимум, минимум, возрастание, убывание; умение исследовать функции и строить их графики; • уметь использовать при решении задач методы математического анализа; умение применять производную для решения задач на оптимизацию в технике и экономике.
5.	Формы организации учебной деятельности	Индивидуальная, фронтальная, групповая
6.	Типы оценочных мероприятий	Самоконтроль. Фронтальный опрос. Индивидуальный опрос. Практическая работа
7.	Задания для	Прикладные задачи по теме «Нахождение оптимального результата с помощью производной в

	самостоятельного выполнения	<p>практических задачах»</p> <p>Задача №5 Найти размеры цилиндрической банки минимальной площади поверхности при заданном объёме $V = 1$ л.</p> <p>Задача №6. Определить оптимальную глубину резания t (мм) для минимизации времени обработки детали, если время $T(t) = a/t + b \cdot t$, где a, b — константы</p> <p>Задача №7 Рассчитать, при каком диаметре заготовки D отходы материала при изготовлении квадратного бруска будут минимальными.</p>
--	-----------------------------	---

ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА

Тема занятия	Нахождение оптимального результата с помощью производной в практических задачах
Цели	<ul style="list-style-type: none"> - закрепить и обобщить знания и умения обучающихся в применении формул объема тел вращения и многогранников при решении задач; - способствовать совершенствованию вычислительных навыков; - способствовать развитию пространственного воображения; мыслительной деятельности: умения анализировать, обобщать, классифицировать; - способствовать формированию у обучающихся самостоятельности суждений; - способствовать воспитанию чувства коллективизма при достижении общего результата, формированию у обучающихся навыков самооценки деятельности.
Тип занятия	Комбинированный урок
Формы организации учебной деятельности	Индивидуальная, фронтальная, групповая
Основные методы и приемы	Методы организации и осуществления учебно-познавательной деятельности обучающихся (словесные - беседа; наглядные – демонстрация, наблюдение); проблемно-поисковые (исследование, сопоставление, классификация), методы стимулирования учебной деятельности.
Оборудование	Презентация, маркерная доска, маркеры, раздаточный материал (графики функций), калькуляторы.

Этапы занятия	Деятельность преподавателя	Деятельность студентов	Планируемые образовательные результаты	Типы оценочных мероприятий
1. Организационный этап занятия				
Создание рабочей обстановки, актуализация мотивов учебной деятельности и установок на	Преподаватель приветствует обучающихся. Актуализирует мотивы учебной деятельности: потребность в закреплении новых умений и навыков. . Сегодня на уроке мы узнаем, как математика помогает инженеру принимать оптимальные решения — экономить материал и время.	Демонстрируют готовность. Отвечают на вопросы. Записывают дату и тему в тетрадь.	ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и	Наблюдение

восприятие, осмысление			информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности	
Подготовка к изучению нового материала (5 минут)	<p>1) Представлен слайд презентации с вопросами: «Что такое производная?», «Как найти максимум функции?», «Где в жизни вы сталкивались с необходимостью оптимизации?».</p> <p>2) С помощью моей подсказки сформулируйте тему урока: «Производная. Исследование функций. Задачи на максимум и минимум в технике». Запишите дату и тему урока в тетрадь.</p> <p>3) Задаёт мотивационный вопрос: - Почему технологу важно уметь находить оптимальные параметры обработки?</p>	<p>1) Высказывают свою точку зрения, обосновывают, приводят примеры.</p> <p>2) Формулируют и принимают цели урока. В рабочей тетради фиксируют тему и цели урока.</p> <p>3) Отвечают, предлагают разные варианты.</p>	<p>ОК 04. Эффективно взаимодействовать и работать в коллективе и команде</p> <p>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности</p> <p>ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей</p>	Устный контроль

			социального и культурного контекста	
2. Основной этап занятия				
Формирование новых знаний и способов деятельности	<p>1) <i>Организует работу, обсуждает со студентами критерии оценки работы на уроке.</i></p> <p>2) <i>Организует изучение нового материала.</i></p> <p>Вместе со студентами обсуждает план изучения:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Геометрический и физический смысл производной. 2. Алгоритм нахождения экстремумов. 3. Решение расчетных задач на оптимизацию. 4. Интерпретация результатов в техническом контексте. <p>3) Составление педагогом совместно со студентами конспекта «Применение производной в технике». Преподаватель проводит устный опрос по выявлению теоретических знаний. Заполнение таблицы: «Алгоритм нахождения максимума/минимума функции».</p> <p>4) Решение задач.</p> <p>Задача №1. Найти размеры цилиндрической банки минимальной площади поверхности при заданном объеме $V = 1$ л. (Ответ: $H = 2R$, форма — "квадратная" в развёртке).</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1) Слушают, обсуждают критерии оценки работы. 2) Изучают формулы 3) Составляют конспект в тетради. Решают задачи. Отвечают на вопросы. 4) Решение задач, обсуждение вариантов. 	<p>ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам</p> <p>ОК 05</p> <p>Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p> <p>ПК 3.2. Выбирать оборудование, инструмент и оснастку для осуществления</p>	Устный контроль

			сборки изделий	
Закрепление изученного материала	<p>В соответствии с уровнем подготовки группы подбирает задания разной степени сложности для выполнения обучающимися.</p> <p>1) <i>Преподаватель предлагает решить задачи по теме.</i> Изучите предложенный теоретический материал и выполните задания.</p> <p>После выполнения задания проводится обсуждение.</p> <p>Задача №2. Определить оптимальную глубину резания t (мм) для минимизации времени обработки детали, если $T(t) = 100/t + 5t$. (Ответ: $t = \sqrt{20} \approx 4.47$ мм).</p> <p>Задача №3. Рассчитать, при каком диаметре заготовки D отходы материала при изготовлении квадратного бруска со стороной a будут минимальными. (Ответ: $D = a\sqrt{2}$, отходы = $1 - 2/\pi \approx 36.3\%$).</p> <p>Задача №4 Найти оптимальную скорость резания v, при которой себестоимость обработки детали минимальна, если $C(v) = A/v + Bv$.</p>	<p>Обучающиеся уточняют поставленные задачи.</p> <p>Выполняют задания.</p> <p>Формулируют собственные мысли, обосновывают свою точку зрения;</p> <p>в сотрудничестве с преподавателем и однокурсниками делают выводы; знакомят с результатами работы группы, слушают и обсуждают ответы других.</p>	<p>ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам</p> <p>ОК 05 Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p> <p>ПК 3.2. Выбирать оборудование, инструмент и оснастку для осуществления сборки изделий</p>	<p>Оценка выполнения заданий к кейсу</p>

Обобщение и систематизация результатов	<p>Преподаватель обобщает результаты выполнения практической работы.</p> <p>Анализ типичных ошибок:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. неверное нахождение производной, 2. ошибка в критической точке, 3. неверная интерпретация результата (максимум вместо минимума). 	<p>Обучающиеся высказывают свою точку зрения, обосновывают, приводят примеры.</p>	<p>ОК 05</p> <p>Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p>	<p>Письменный контроль</p>
3. Заключительный этап занятия				
Подведение итогов работы	<ol style="list-style-type: none"> 1) <i>Подводит результаты работы.</i> 2) <i>Предлагает студентам оценить свою работу согласно критериям, озвученным на уроке.</i> 3) <i>Организует рефлексию приобретённых знаний и умений.</i> 	<ol style="list-style-type: none"> 1) Проводят самоанализ своей работы с заданиями кейса. 2) Оценивают свою работу по критериям. 3) Рефлексируют: «Как производная помогает инженеру экономить ресурсы?». 	<p>ОК 05</p> <p>Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста</p>	<p>Самооценка</p>
4. Задания для самостоятельного выполнения				
	<p>Преподаватель дает задание для самостоятельного</p>	<p>Записывают</p>	<p>ОК 05</p>	

	<p>выполнения:</p> <p>1) Подготовить сообщение: «Применение производной в экономике предприятия».</p> <p>Задача №5. Найти размеры цилиндрической банки минимальной площади поверхности при заданном объеме $V = 1$ л.</p> <p>Задача №6 Определить оптимальную глубину резания t (мм) для минимизации времени обработки детали, если время $T(t) = a/t + b*t$, где a, b — константы</p> <p>Задача №7 Рассчитать, при каком диаметре заготовки D отходы материала при изготовлении квадратного бруска будут минимальными.</p>	<p>домашнее задание. Изучают требования к выполнению задания, знакомятся с рекомендованной литературой.</p>	<p>Осуществлять устную и письменную коммуникацию на государственном языке Российской Федерации с учетом особенностей социального и культурного контекста ПК 3.2. Выбирать оборудование, инструмент и оснастку для осуществления сборки изделий</p>	
--	--	---	--	--