РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

МЕТОД КРАМЕРА.

Разработчик: Чернышева Ирина Леонидовна

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Данная методическая разработка предназначена для проведения учебного занятия по дисциплине «Математика» на тему «Решение систем линейных уравнений методом Крамера» для студентов второго курса по программе учебной дисциплины, разработанной на основе Федерального государственного образовательного стандарта для специальностей среднего профессионального образования.

В результате изучения темы студент должен:

знать:

решение систем линейных уравнений методом Крамера;

применение знаний при решении систем линейных уравнений.

уметь:

решать системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными методом Крамера

решать системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными методом Крамера

При разработке данного урока в зависимости от специфики подготовки студентов можно внести дополнения и изменения в содержание, последовательность изучения материала урока и распределение времени.

Наблюдается связь истории с математикой, при изучении материала использована задача прикладного характера для будущей практической деятельности, что прививает интерес к предмету. Данная методическая разработка содержит: учебно-методическую карту, ход, где сформулированы цели занятия и последовательность проведения урока, указан список литературы.

При проведении занятия, использованы учебные пособия, технические и наглядные средства обучения

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Дисциплина: Математика

Тема занятия: Решение систем линейных уравнений методом Крамера

Вид занятия (тип урока): Комбинированный

Цели урока:

Дидактическая:

повторить пройденный материал;

углубить знания студентов по теме «Решение систем линейных уравнений»;

3) изучить решение систем линейных уравнений с помощью метода Крамера;

4) научиться решать системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными и трех линейных уравнений с тремя неизвестными, используя метод Крамера.

Развивающая:

способствовать развитию:

логического мышления;

памяти;

умению сравнивать, обобщать, анализировать;

интереса к избранной специальности.

Воспитательная:

стремиться воспитывать:

чувства ответственности, исполнительности, аккуратности;

чувство гордости за избранную профессию;

положительное отношение к знаниям, учениям;

интерес к математике

Межпредметные связи:

Обеспечивающие: история, русский язык, информатика

Обеспечиваемые: специальные предметы

Обеспечение занятия:

Наглядные пособия: Приложение (Презентация к уроку)

Раздаточный материал: карточки.

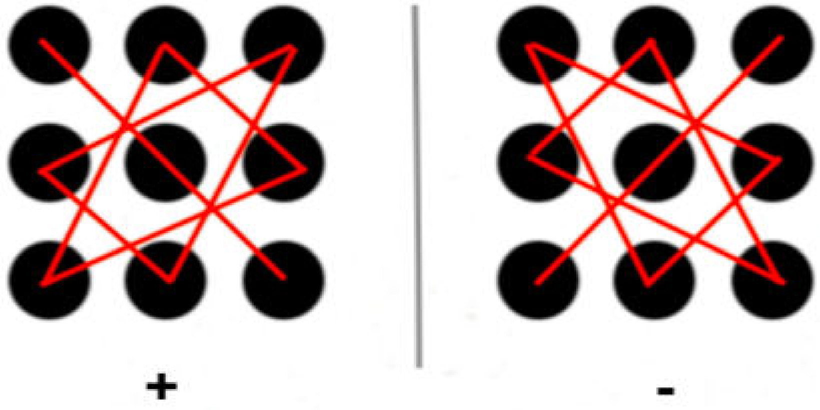
Технические средства обучения: калькуляторы, компьютеры, интерактивная доска

ХОД УРОКА

№п/п	*Элементы урока, содержание и последовательность изучаемых вопросов*	*Формы и методы обучения, контроля*	*Наглядные пособия, ТСО, дидактический материал*	*Преподаватель*	*Студенты*	*Время 45 мин.*
1.	Организационный момент. Взаимное приветствие.	Проверка отсутствующих, рабочих мест	Интерактивная доска слайд №1	Приветствует, отмечает в журнале отсутствующих.	Приветствуют	1 мин
2.	Постановка целей занятия.	Организация внимания	Интерактивная доска	Ставит цели урока	Слушают	1 мин
3.	Проверка домашнего задания	Групповая работа	Интерактивная доска	Контролирует	Дежурный проверяет	5 мин
4.	Проверка знаний	Экспресс-опрос	Слайды № 2,3,4	Задает вопрос, поправляет ответ	Думают, отвечают	5 мин
5.	Изучение нового материала	Организация внимания	Интерактивная доска	Объясняет	Слушают, рассуждают, отвечают на вопросы.	
5.1	Знакомство с биографией Крамера	Рассказ материала	Слайды № 5-10	Рассказывает	Смотрят	5 мин
5.2	Решение системы линейных уравнений методом Крамера	Изучение темы	Слайды № 11-15	Объясняет	Смотрят, слушают	10 мин
6.	Закрепление	Самостоятельная работа	Интерактивная доска	Выдает задания	Думают, решают	
6.1	Решение системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными методом Крамера	Групповая работа	Слайды № 16-19	Выдает задания, проверяет	Решают	5 мин
6.2	Решение системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными	Самостоятельная работа	Слайды № 20-22	Контролирует, проверяет	Думают, решают	10 мин

	методом Крамера					
7.	Домашнее задание		Слайды № 23	Выдает задания	Пишут	1 мин
8.	Подведение итогов.	Анализ работы	Интерактивная доска	Подводит итоги, обобщает	Получают оценки	2 мин

Схема решения определителей третьего порядка



Габриэль Крамер. Основоположник линейной алгебры

Родился Габриэль Крамер 31 июля 1704 года в Женеве (Швейцария). С самого детства демонстрировал необычайные способности в области математики. В возрасте 18 лет защитил диссертацию по теории звука и получил степень доктора.

Спустя какое-то время он выдвинул себя на должность преподавателя в Женевском университете, однако на это место было еще несколько достойных претендентов. Магистрат высоко оценил таланты всех троих и распорядился создать отдельную **кафедру математики**, куда и попали два оставшихся кандидата, включая Габриэля.

В 25 лет Крамер вернулся к преподавательской деятельности в Женевском университете. За свою жизнь он написал множество статей по математике, философии, воздушной механике и другим направлениям.

В 1740-х годах Крамер по просьбе своего наставника и друга **Иоганна Бернулли** выпускает сборники своих работ, которые поднимают большую волну интереса со стороны ученых всего мира.

Трактат **«Введение в анализ алгебраических кривых»** − одна из самых известных работ состоявшегося ученого, после которой его назвали гением и создателем линейной алгебры. Именно в ней описывается алгоритм решения систем линейных уравнений, который позже назовут **методом Крамера**.

В 1751 году Крамер попадает в дорожное происшествие с каретой, но врачи не придают особого значения его травмам, предлагая ему отдохнуть на курортах Франции. Там его состояние резко ухудшилось, и 4 января 1752 года он ушел из жизни.

Как решать СЛАУ методом Крамера за пять простых шагов

Пусть необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 7 \\ x - 3y + 2z = 5 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

Шаг 1

Мы должны выделить все числа, которые присутствуют в данной системе (для наглядности мы выделили их разными цветами). Всего их должно быть двенадцать – по четыре в каждой строке. Если у неизвестного нет своего числа, ставим «1».

$$\begin{cases} 1x + 2y + 3z = 7 \\ 1x - 3y + 2z = 5 \\ 1x + 1y + 1z = 3 \end{cases}$$

Шаг 2

Выписываем первые три столбца в матрицу. Количество матриц в решении всегда на одну больше, чем количество уравнений, входящих в систему, т.е. в данном случае нам понадобится 4 матрицы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Δ (дельта) – определитель матрицы

Шаг 3

Теперь мы должны вычислить основной определитель системы.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= (1 * (-3) * 1 + 2 * 2 * 1 + 3 * 1 * 1) -$$

$$-(3 * (-3) * 1 + 1 * 2 * 1 + 2 * 1 * 1) =$$

$$= (-3 + 4 + 3) - (-9 + 2 + 2) = 4 - (-5) = 9$$

Внимание!

Если вы получили $\Delta=0$, значит:

- Система не имеет решений (при $\Delta_x\neq0$, $\Delta_y\neq0$, $\Delta_z\neq0$, ... $\Delta_n\neq0$);
- Система имеет бесконечное множество решений (при $\Delta_x=0$, $\Delta_y=0$, $\Delta_z=0$, ... $\Delta_n=0$).

Шаг 4

Теперь нам необходимо вычислить определители для x, y, z.

4.1. Найдем определитель Δ_x. Для этого подставим вместо красного (первого) столбца желтый столбец свободных членов:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 7 * (-3) * 1 + 2 * 2 * 3 + 3 * 5 * 1 -$$

$$-3 * (-3) * 3 - 7 * 2 * 1 - 2 * 5 * 1 =$$

$$= (-21 + 12 + 15) - (-27 + 14 + 10) =$$

$$= 6 - (-3) = 9$$

4.2. Найдем определитель Δ_y. Для этого подставим вместо синего (второго) столбца желтый столбец свободных членов:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 * 5 * 1 + 7 * 2 * 1 + 3 * 1 * 3 -$$

$$-3 * 5 * 1 - 1 * 2 * 3 - 7 * 1 * 1 =$$

$$= (5 + 14 + 9) - (15 + 6 + 7) =$$

$$= 28 - 28 = 0$$

4.3. Найдем определитель Δ_z. Для этого подставим вместо зеленого (третьего) столбца желтый столбец свободных членов:

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 * 5 * 1 + 7 * 2 * 1 + 3 * 1 * 3 -$$

$$-3 * 5 * 1 - 1 * 2 * 3 - 7 * 1 * 1 =$$

$$= (-9 + 10 + 7) - (-21 + 5 + 6) =$$

$$= 8 - (-10) = 18$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta}$$

Шаг 5

Далее попеременно делим Δ_x, Δ_y, Δ_z на Δ и, таким образом, находим решение заданной системы:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{9}{9} = 1;$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{0}{9} = 0;$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{18}{9} = 2$$

Ответ: $x = 1; \ y = 0; \ z = 2$

Для проверки достаточно подставить полученные числа в систему и доказать равенство всех частей.

Пример 2. Решить систему методом Крамера

$$\begin{cases} x-4y+2z=-5 \\ 4x+y-3z=-3 \\ 2x+3y+4z=1 \end{cases}$$

Решение. Так как главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 4+24+24-4+64+9=121$$

Δ отличен от нуля, то система имеет единственное решение. Вычислим вспомогательные определители

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -5 & -4 & 2 \\ -3 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} = -20+12-18-2-48-45=-121$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -5 & 2 \\ 4 & -3 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -12+30+8+12+80+3=121$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix} = 1-60+24+10+16+9=0.$$

$$x=\frac{-121}{121}=-1,\ y=\frac{121}{121}=1,\ z=0 \bullet$$

Вывод:

Метод Крамера (формулы Крамера) — способ решения систем линейных уравнений, у которых количество переменных равно количеству уравнений.

Применение метода Крамера возможно, если определитель, составленный из коэффициентов при переменных, не равен нулю. В таком случае система имеет единственное решение.

Метод Крамера позволяет существенно сократить время нахождения решений систем линейных уравнений.

Задание на дом:

$$\begin{cases} 5x_1+2x_2=7 \\ 2x_1+x_2=9 \end{cases}$$

Пример 3. Данные дневной выручки молочного цеха от реализации молока, сливочного масла и творога за три дня продаж (на 2017 год) занесены в таблицу

Таблица

	Объем проданной продукции за день			**Дневная выручка (руб)**
	Молоко (л)	Масло (кг)	Творог (кг)	
1 день	1898	42	114	126256
2 день	1908	46	122	130264
3 день	1856	39	109	121908

Определить стоимость 1 единицы продукции молочного цеха каждого вида.

Решение. Обозначим через x – стоимость 1 литра молока, y – 1 кг сливочного масла, z – 1 кг творога. Тогда, учитывая данные таблицы, выручку молочного цеха каждого из трех дней реализации можно отобразить следующей системой:

$$\begin{cases} 1898x + 42y + 114z = 126256 \\ 1908x + 46y + 122z = 130264 \\ 1856x + 39y + 109z = 121908 \end{cases}.$$

Рефлексия:

1. Что нового вы сегодня узнали на уроке?
2. Был ли интересен для вас этот урок?
3. Можно ли этот урок представить, как альтернативу классическому уроку в классе?